

конференция, посвящённая 90-летию **Исаака Марковича Халатникова**



17 октября 2009 г.

конференция, посвящённая 90-летию *Исаака Марковича Халатникова*

17 октября 2009 г.

# Квантовое измерение в когерентных джозефсоновских системах

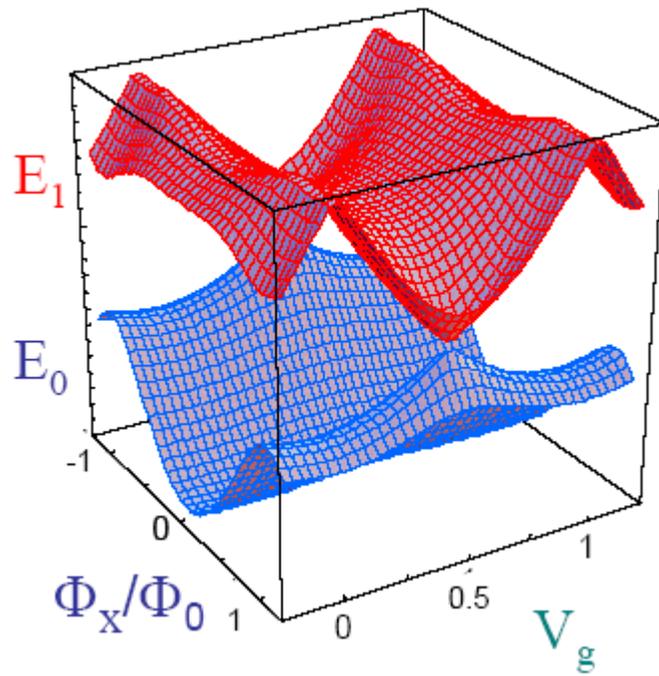
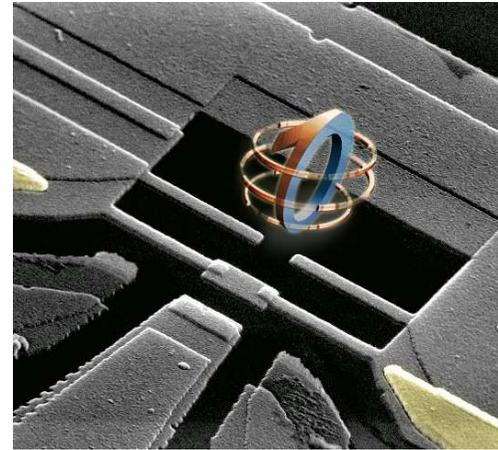
Ю. Махлин      *(ИТФ им. Л.Д. Ландау)*

# Зарядово-фазовый кубит

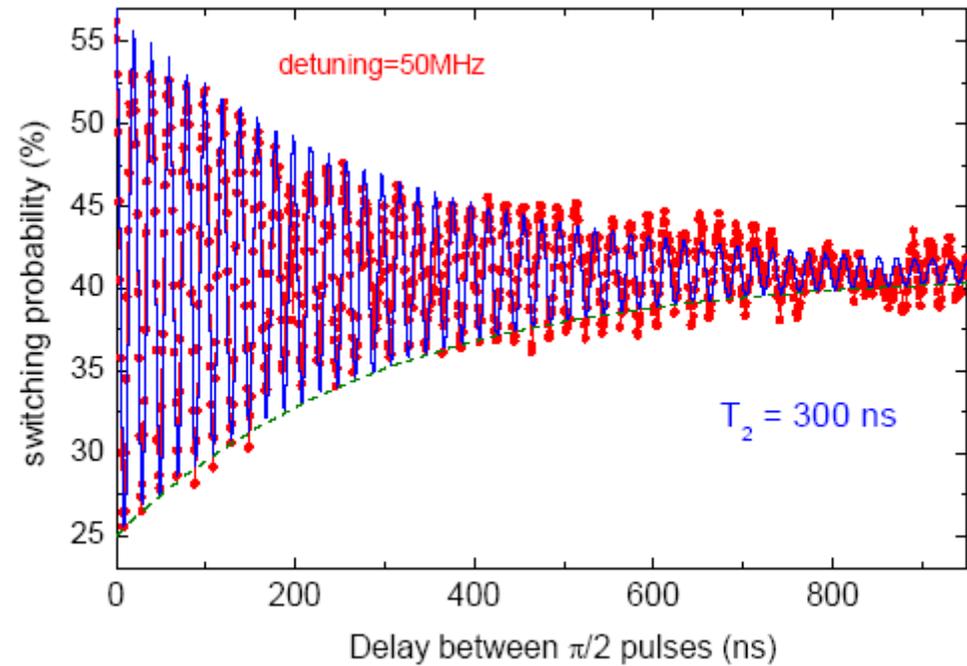
Vion et al. (Saclay)

$$H = -\frac{1}{2} E_{ch}(V_g) \sigma_z - \frac{1}{2} E_J(\Phi_x) \sigma_x$$

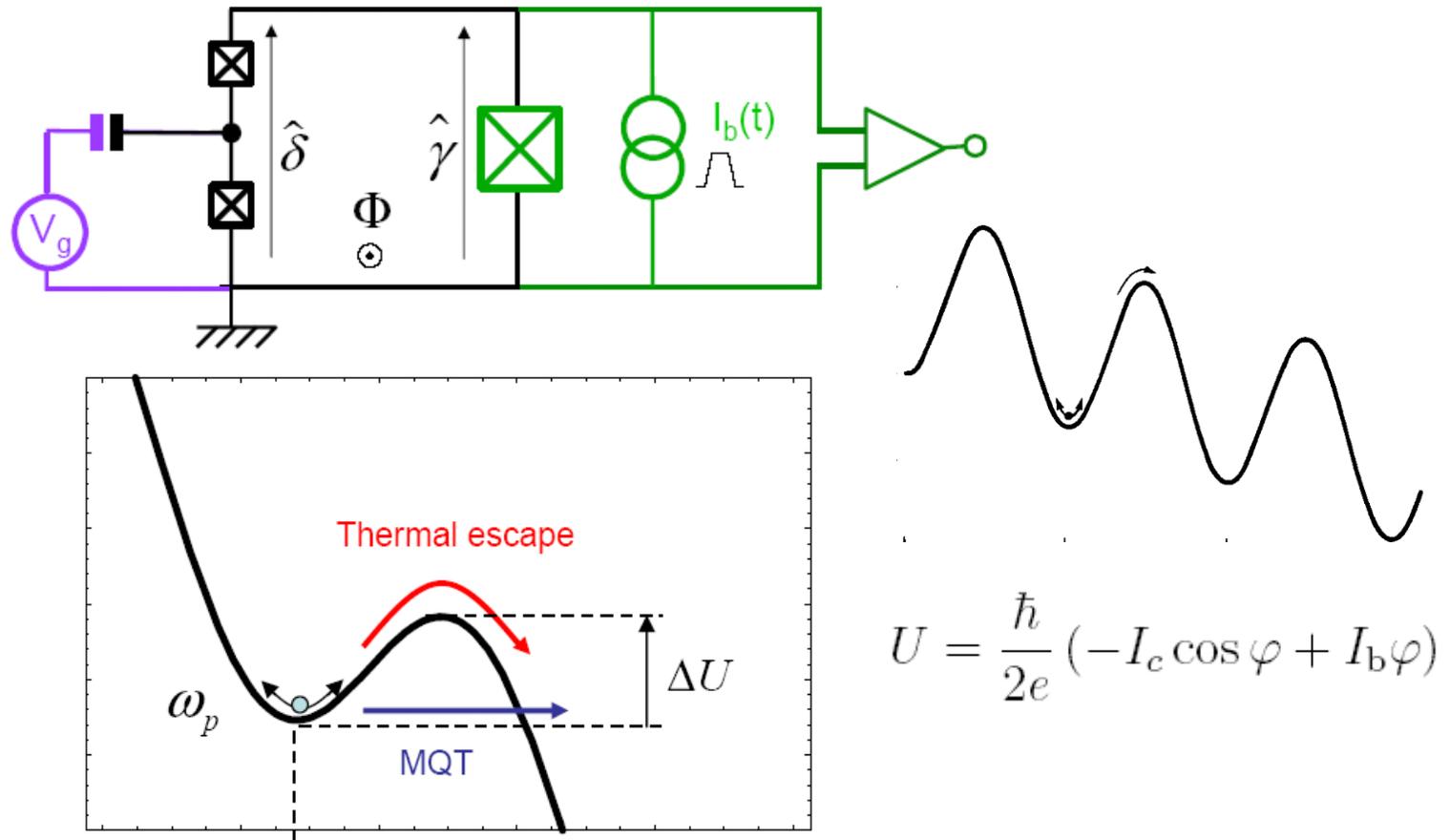
Quantrium



операции в седловой точке  
(«оптимальная точка»)



# Квантовое измерение для джозефсоновских кубитов

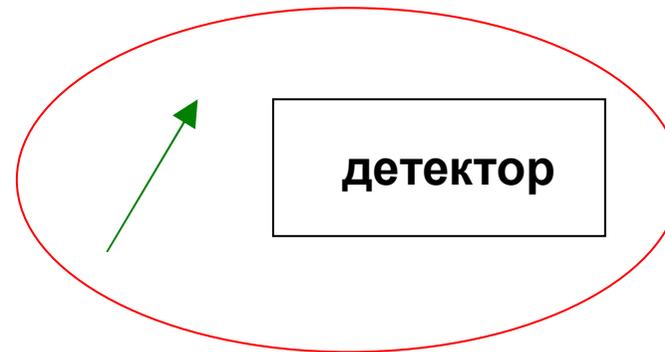


$$U = \frac{\hbar}{2e} (-I_c \cos \varphi + I_b \varphi)$$

- ❑ квантовое измерение и уравнение Шрёдингера  
запутывание с волновой функцией детектора
- ❑ джозефсоновские квантово-когерентные системы, квантовые биты
- ❑ квантовое измерение как процесс во времени
- ❑ детекторы
  - квантовое измерение и туннелирование
  - дисперсионный детектор
  - джозефсоновский бифуркационный усилитель
- ❑ бифуркационный детектор с удвоением периода

## Квантовое измерение

$$a|0\rangle + b|1\rangle$$



### качество измерения:

- надежность ? single-shot?
- QND? back-action
- быстро?

результат	0	1
состояние	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$
<hr/>		
вероятность	$ a ^2$	$ b ^2$

### Измерение = запутывание волновых функций

унитарная эволюция системы кубит + детектор

$$(a|0\rangle + b|1\rangle) \otimes |M\rangle$$

$\Downarrow$

$$a|0\rangle \otimes |M_0\rangle + b|1\rangle \otimes |M_1\rangle$$

$|M_j\rangle$  --- макроскопически различные состояния

УШ => коллапс волновой функции

квантовая система:

$$\begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 \\ 0 & |b|^2 \end{pmatrix}$$

детектор:

начальное состояние =>  $M_0$  или  $M_1$

УШ => коллапс волновой функции

квантовая система:

$$\begin{pmatrix} |a|^2 & ab^* \\ a^*b & |b|^2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} |a|^2 & 0 \\ 0 & |b|^2 \end{pmatrix}$$

Квантовое измерение как процесс во времени

$\tau_\phi$

$\tau_{\text{relax}}$

детектор:

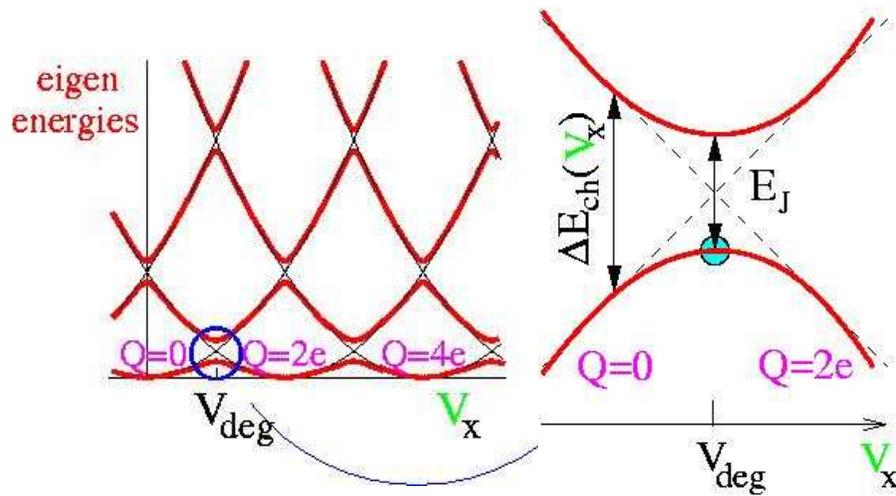
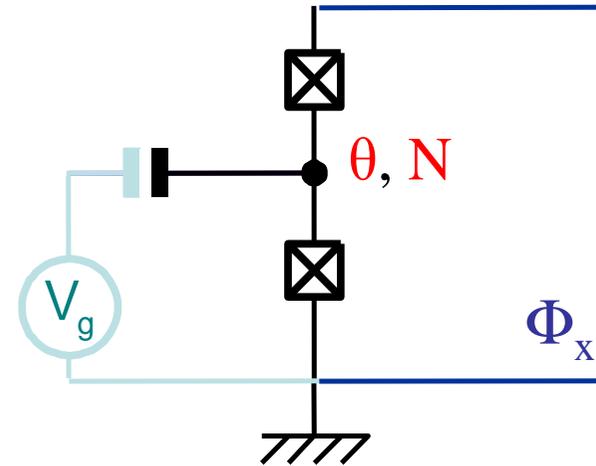
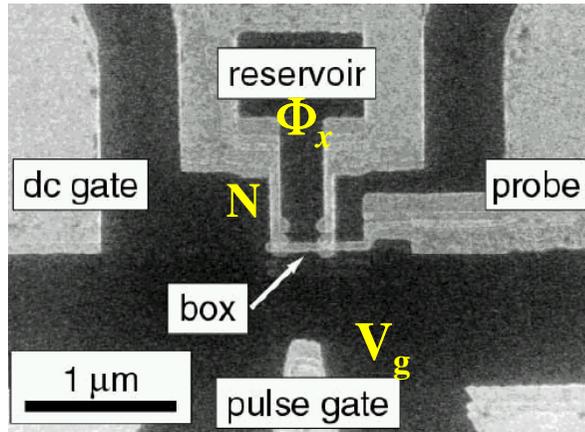
начальное состояние =>  $M_0$  или  $M_1$

$\tau_{\text{meas}}$

$$\tau_\phi \leq \tau_{\text{meas}} \ll \tau_{\text{relax}}$$

базис ?

# Джозефсоновский зарядовый кубит



$$H = E_C \left( N - \frac{C_g V_g}{2e} \right)^2 - E_J \cos\left(\pi \frac{\Phi_x}{\Phi_0}\right) \cos \theta$$

tunable  $E_J$

↓ 2 states only, e.g. for  $E_C \gg E_J$

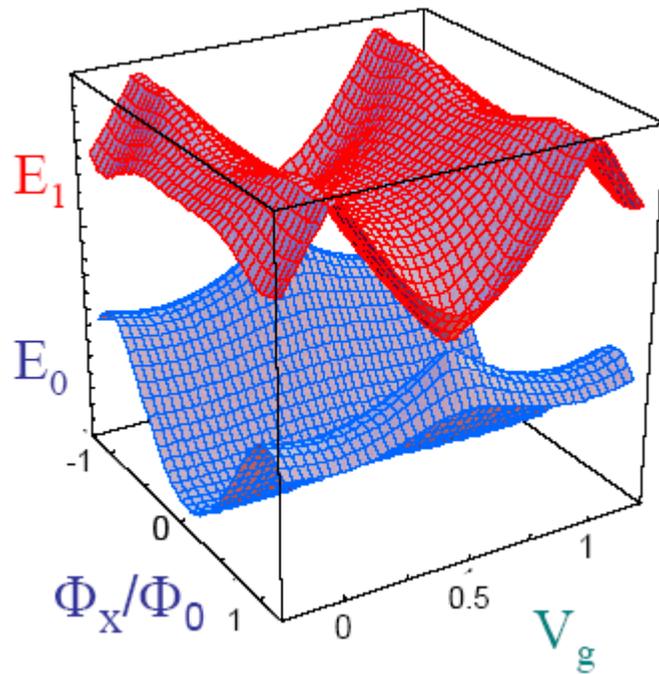
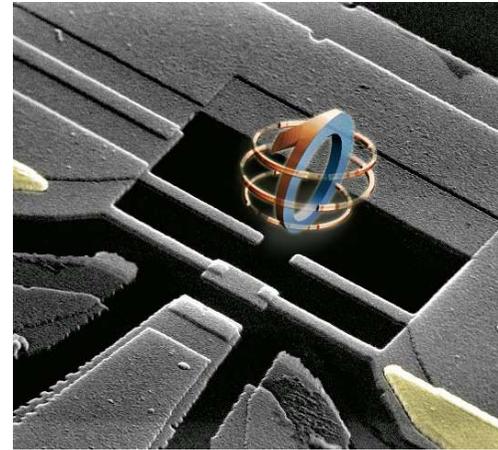
$$H = -\frac{1}{2} E_{ch}(V_g) \sigma_z - \frac{1}{2} E_J(\Phi_x) \sigma_x$$

# Зарядово-фазовый кубит

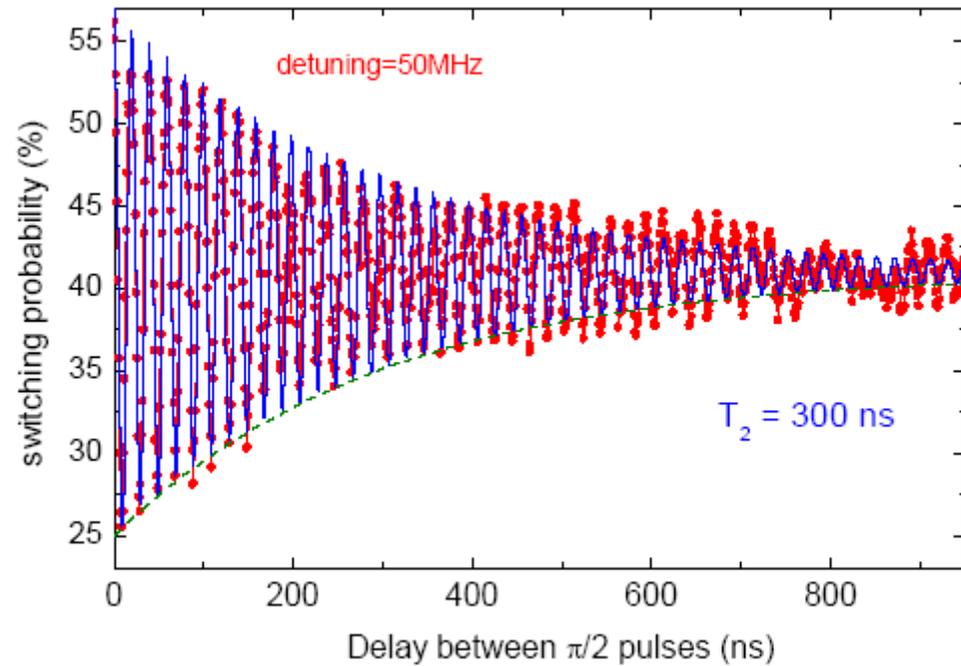
Vion et al. (Saclay)

$$H = -\frac{1}{2} E_{ch}(V_g) \sigma_z - \frac{1}{2} E_J(\Phi_x) \sigma_x$$

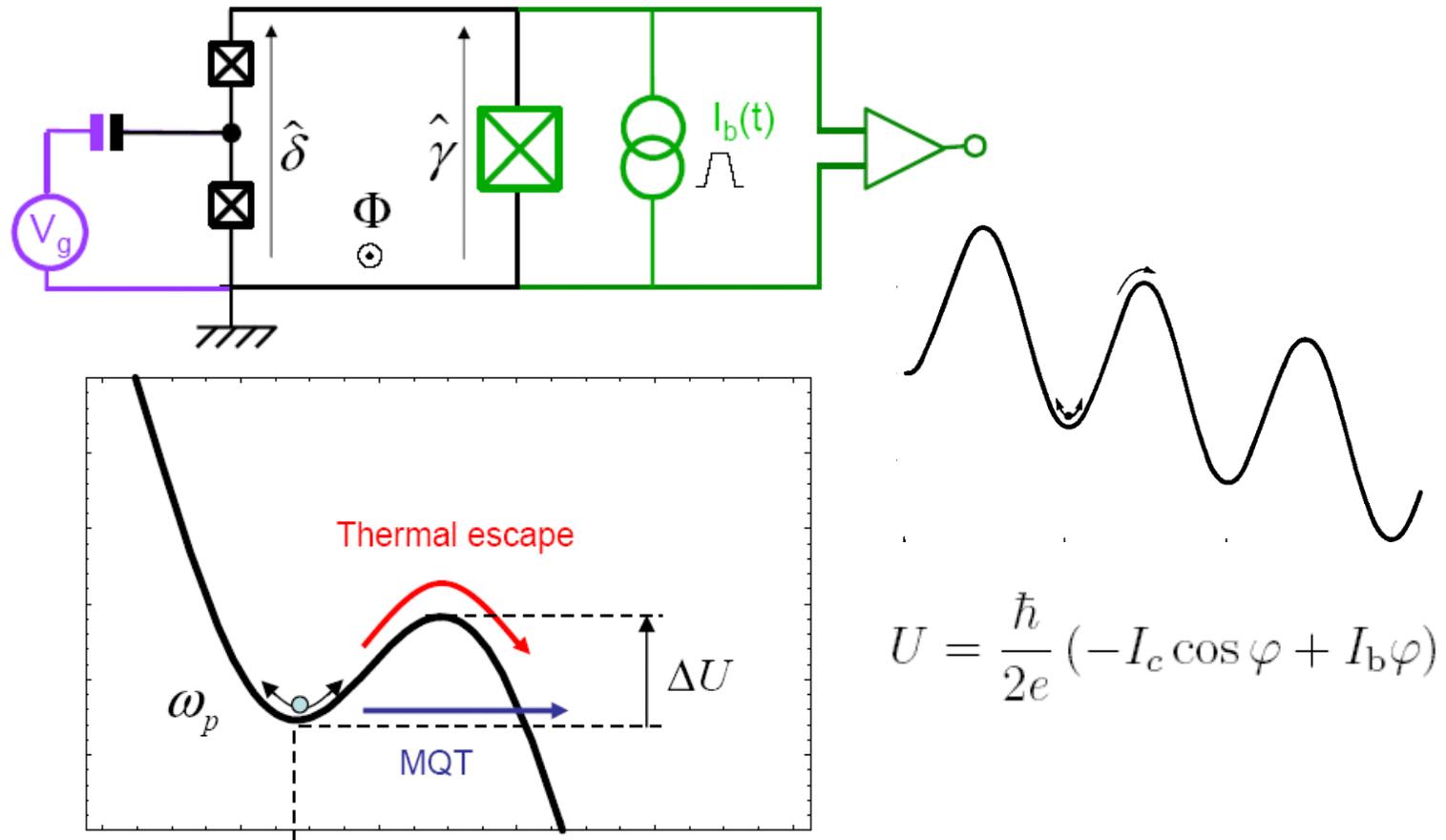
Quantronium



операции в седловой точке  
(«оптимальная точка»)



# Квантовое измерение для джозефсоновских кубитов

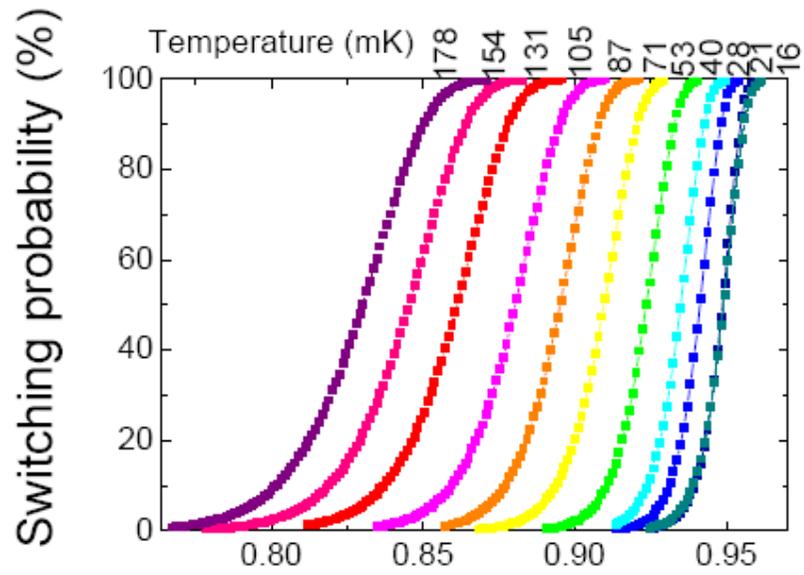


## считывание критического тока

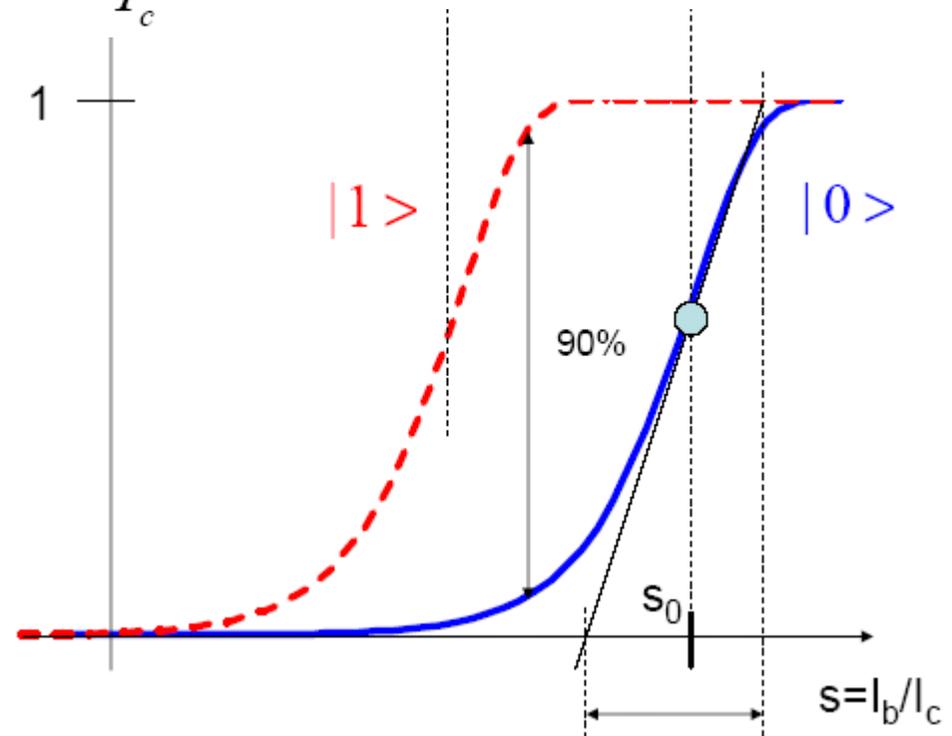
- нет сигнала в оптимальной точке
- сильная отдача от импульса напряжения (нет QND)
- пороговое измерение

Quantronics  
Ithier, 2005

## Кривая переключения

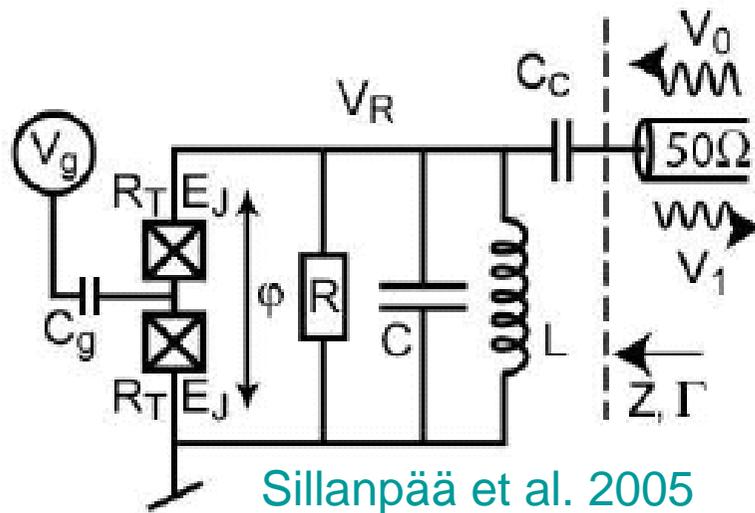


$$s = \frac{I_b}{I_c}$$

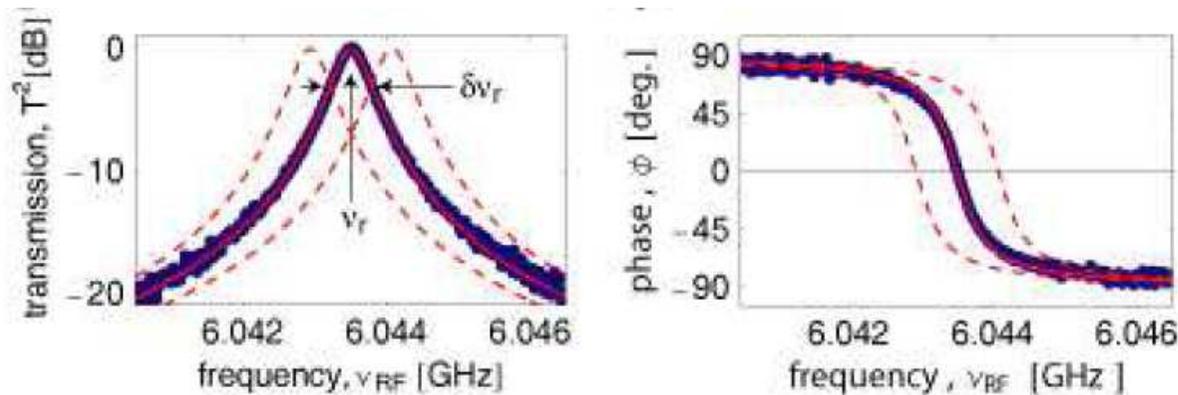


## Квантовое измерение для джозефсоновских кубитов

дисперсионное измерение – через собственную частоту LC-контура



измерение амплитуды / фазы  
отражения / прохождения



# Квантовое измерение для джозефсоновских кубитов

## Джозефсоновский бифуркационный усилитель (Siddiqi et al.)

– смена режимов динамики

использует **нелинейность** джозефсоновского контакта

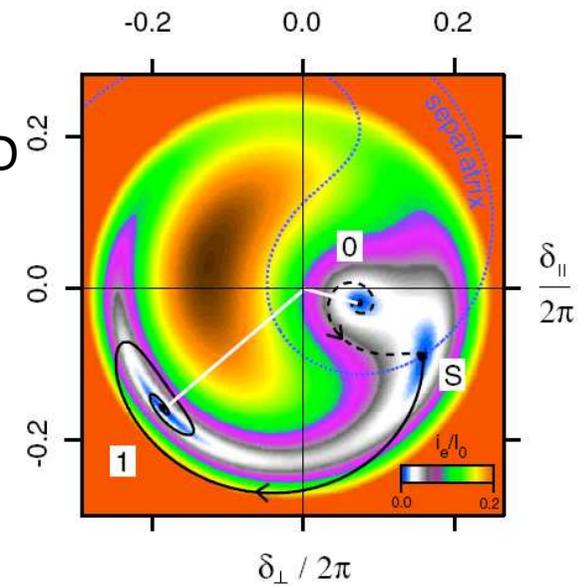
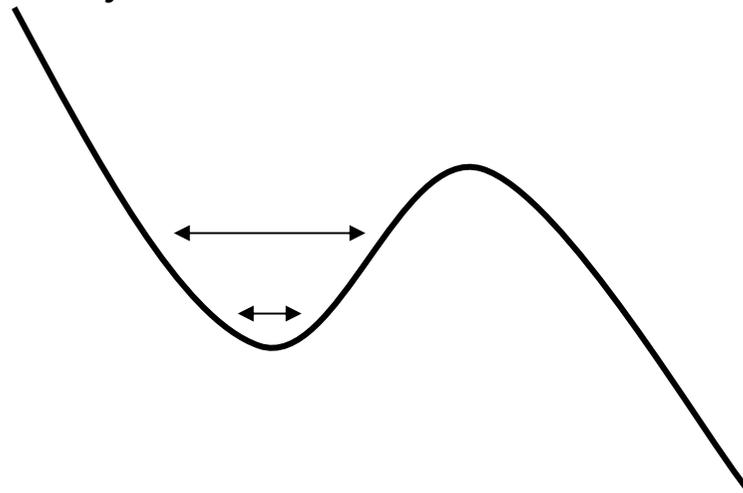
переключение между двумя колебательными состояниями  
(разные амплитуды и фазы)

преимущества:

нет постоянного напряжения, почти QND

высокая повторяемость

кубит всегда в оптимальной точке



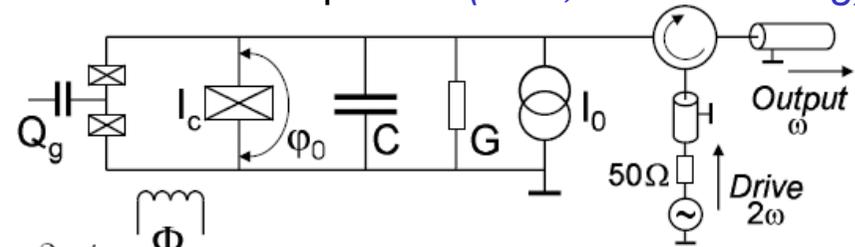
Siddiqi et al. 2003

ср. Ithier, дисс. 2005

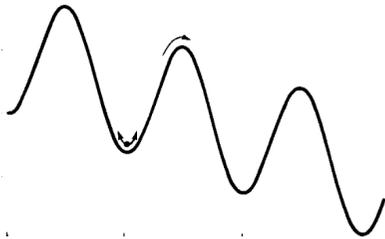
# Параметрический бифуркационный детектор

совместно с А.Б.Зориным (PTB, Braunschweig)

$$H = \frac{\hat{Q}^2}{2C} - \frac{\hbar}{2e} (I_c \cos \hat{\varphi} + I_{\text{ext}} \hat{\varphi})$$



$$I_{\text{ext}} = I_0 + I_A \cos 2\omega t$$



$$\frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{\hbar G}{2e} \frac{d\varphi}{dt} + I_c \sin \varphi = I_0 + I_{\text{ac}}$$

$$I_0 = I_c \sin \varphi_0$$

$$\varphi = \varphi_0 + x$$

$$\tau = \omega t$$

$$\ddot{x} + x = \xi x - 2\theta \dot{x} + \beta x^2 + \gamma x^3 - \mu x^4 + 3P \cos 2\tau.$$

$$\xi = 1 - \kappa \ll 1, \quad \theta = G/2\omega C \equiv 1/2Q \ll 1,$$

$$\kappa = (\omega_p/\omega)^2$$

$$\beta = 12\mu = (\kappa \tan \varphi_0)/2, \quad \gamma = \kappa/6, \quad 3P = \kappa I_A/I_c$$

Ландау, Лифшиц, Механика  
др. накачка: Дыкман и др. '98

## Уравнения на медленно меняющиеся переменные

$$x \equiv y - P \cos 2\tau$$

$$y = u \cos \tau + v \sin \tau, \quad \dot{y} = -u \sin \tau + v \cos \tau.$$

$$\dot{u} = -\theta u - \frac{1}{2}(\beta P + \xi + \frac{3}{4}\gamma A^2 + \frac{3}{2}\gamma P^2)v - \mu(Pv^3 + \frac{3}{4}P^3v),$$

$$\dot{v} = -\theta v - \frac{1}{2}(\beta P - \xi - \frac{3}{4}\gamma A^2 - \frac{3}{2}\gamma P^2)u - \mu(Pu^3 + \frac{3}{4}P^3u),$$

$$A^2 = u^2 + v^2$$

## Equations of motion

$$\begin{aligned}\dot{u} &= -\frac{\partial H}{\partial v} - \theta u + \xi_u(t), \\ \dot{v} &= \frac{\partial H}{\partial u} - \theta v + \xi_v(t).\end{aligned}$$

### Hamiltonian

$$H = \frac{\tilde{\xi}}{4}A^2 - \frac{\tilde{\beta}P}{4}A^2 \cos 2\varphi + \frac{3}{32}\gamma A^4 - \frac{\mu P}{4}A^4 \cos 2\varphi,$$

where  $\tilde{\beta} = \beta + \frac{3}{2}\mu P^2$ ,  $\tilde{\xi} = \xi + \frac{3}{2}\gamma P^2$ ,  $A^2 = u^2 + v^2$ ,  $u = A \cos \varphi$ ,  $v = A \sin \varphi$

### Equations of motion in polar coordinates:

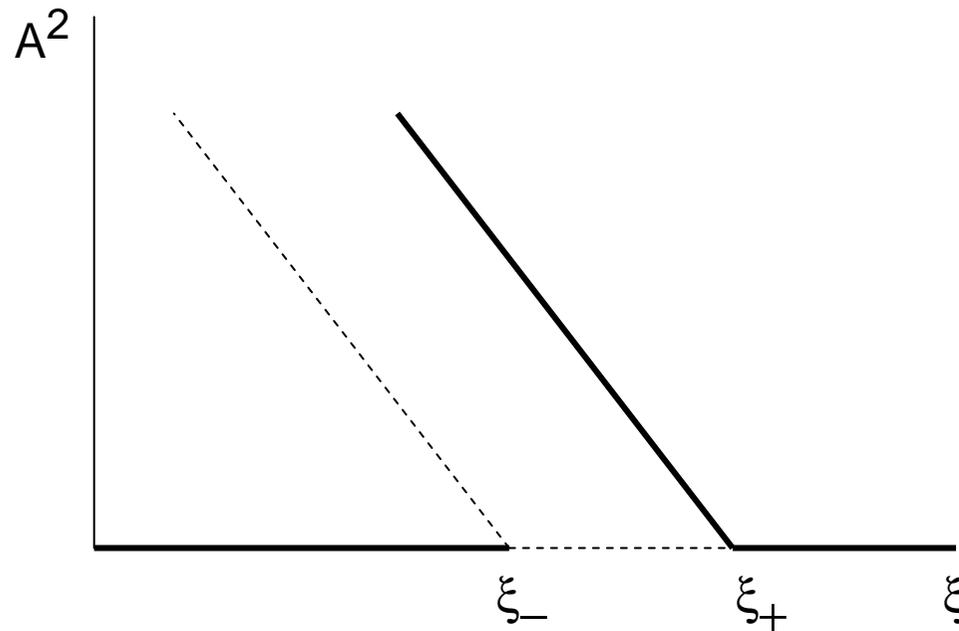
$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(A^2) &= -PA^2 \sin 2\varphi(\tilde{\beta} + \mu A^2) - 2\theta A^2, \\ \dot{\varphi} &= -\frac{\tilde{\beta}P}{2} \cos 2\varphi - \mu PA^2 \cos 2\varphi + \frac{\tilde{\xi}}{2} + \frac{3}{8}\gamma A^2.\end{aligned}$$

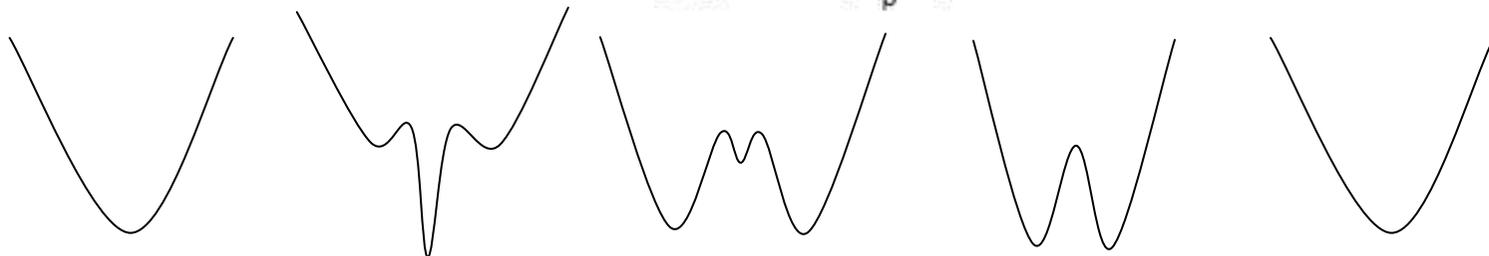
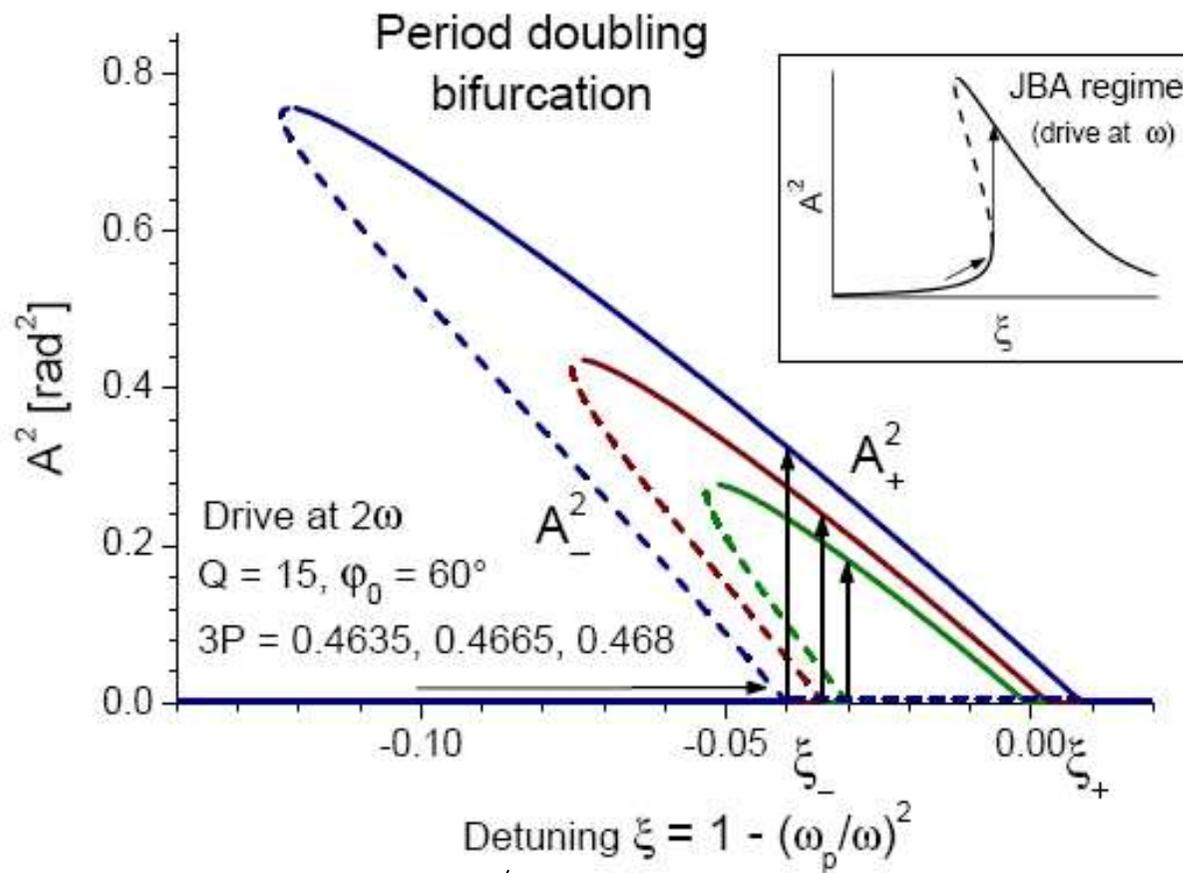
without quartic term

$$\mu=0$$

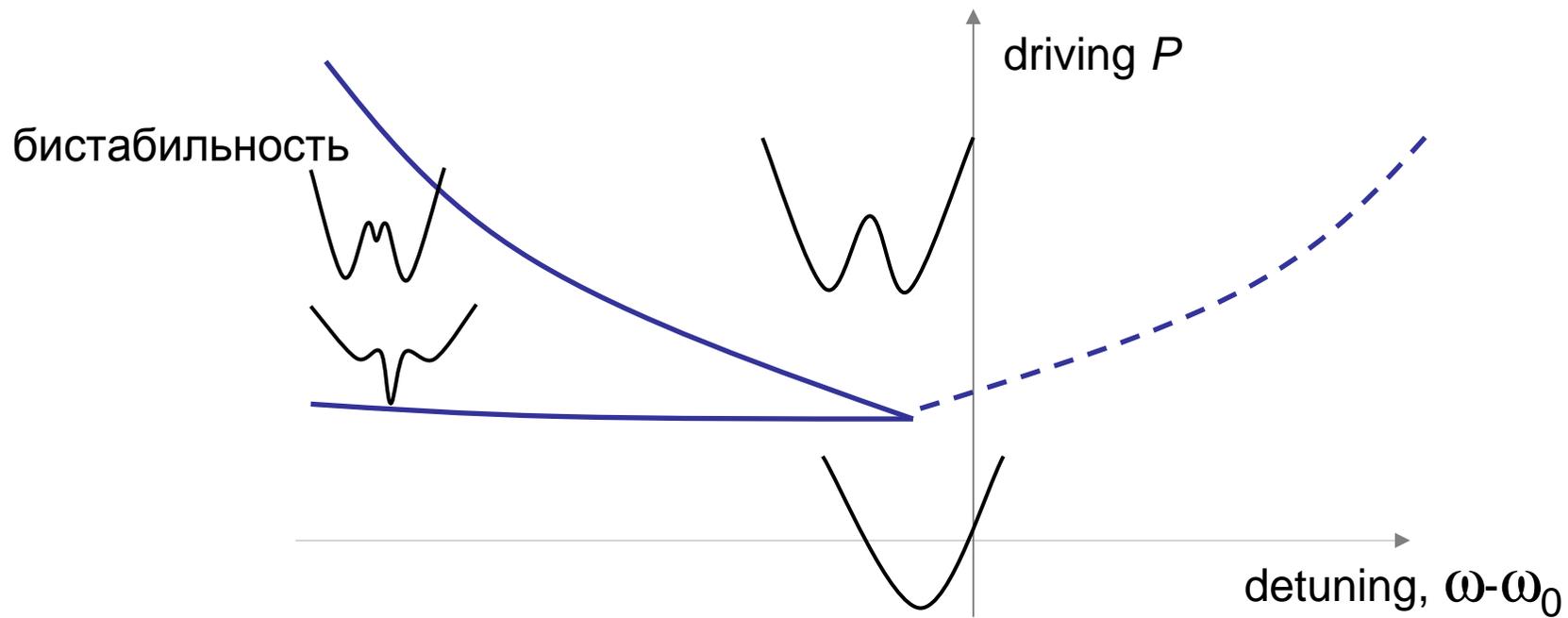
stationary solutions:

$$A=0 \quad \text{or} \quad A_{\pm}^2 = \frac{4}{3\gamma} \left( -\xi - \frac{3}{2}\gamma P^2 \pm \sqrt{\beta^2 P^2 - 4\theta^2} \right)$$

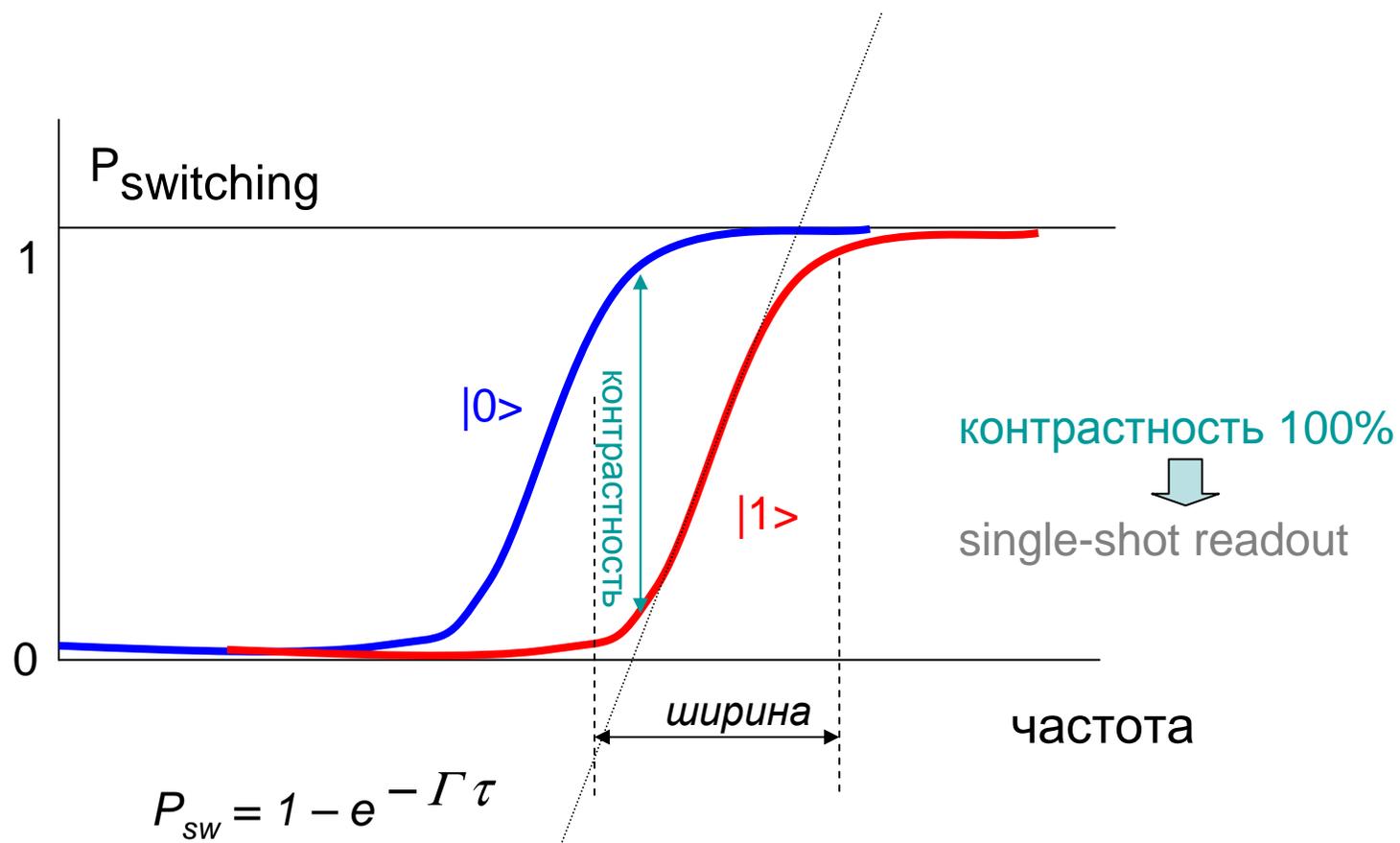




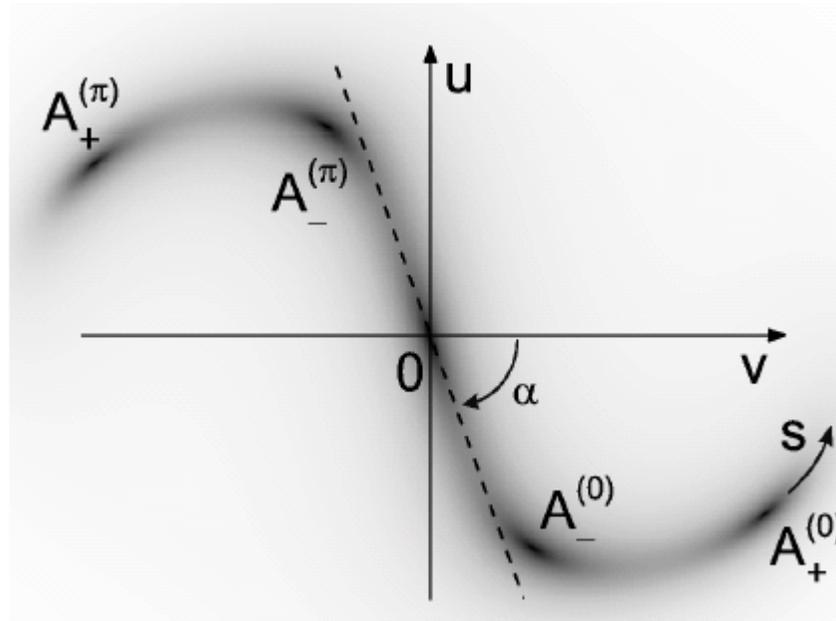
# “Фазовая диаграмма”



# Кривая переключения



# Профиль скорости и стационарные осциллирующие решения



$0, A_+$  – устойчивые состояния

$A_-$  – неустойчивые состояния

около нуля:  $\varphi$  быстро релаксирует,  $A$  – медленная степень свободы  
(темп  $\theta$ )

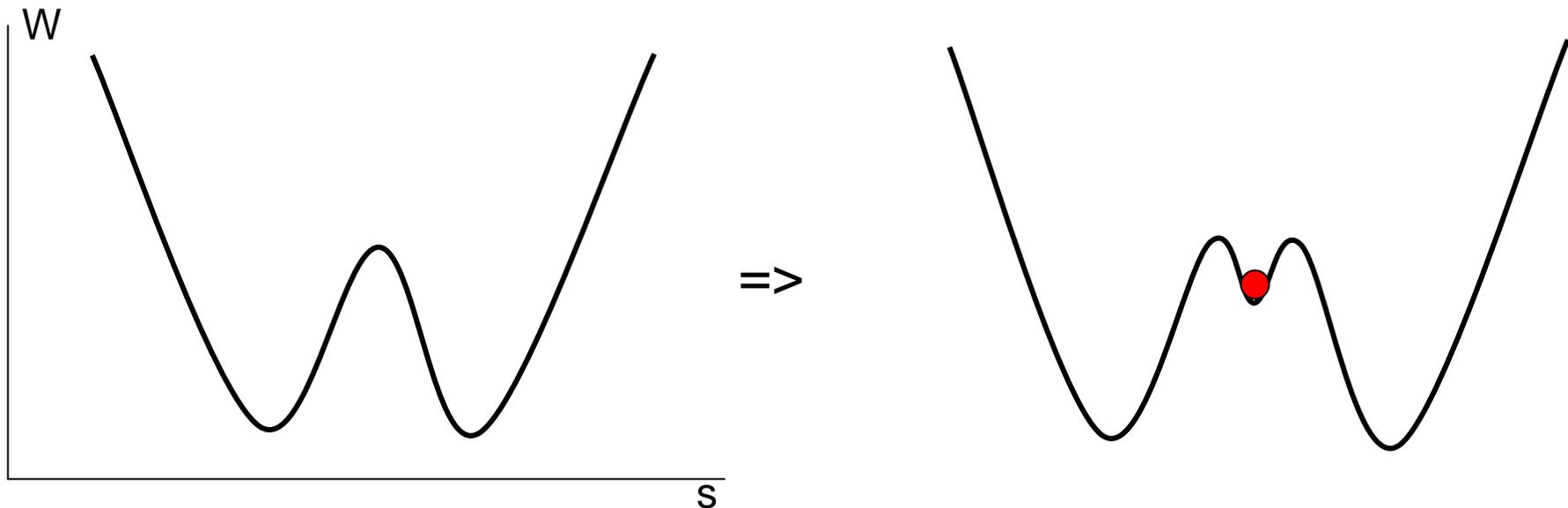
2D ур-е Фоккера-Планка  $\Rightarrow$  1D УФП

# Вблизи бифуркации ( $\xi \approx \xi_-$ )

$$\cos 2\alpha = (\xi + 3/2 \gamma P^2) / P(\beta + 3/2 \mu P^2)$$

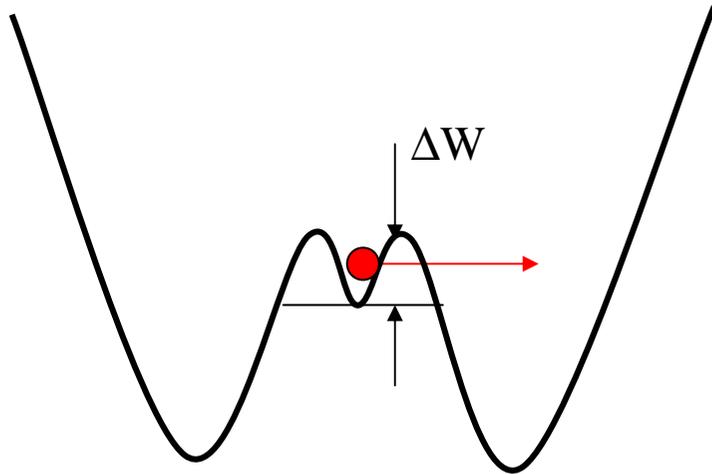
$$ds/dt = -dW(s)/ds + \xi(s)$$

$$W(s) \neq U(s) !$$



# Туннелирование, кривая переключения

уравнение Фоккера-Планка для  $w(s)$



$$\Gamma \sim \exp(-\Delta W/T_{\text{eff}})$$

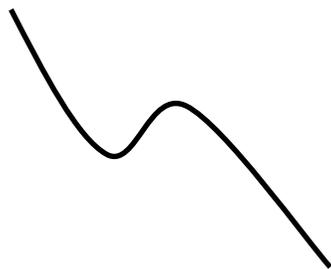
$$W = a s^2 - b s^4$$

$$\Delta W = \frac{1}{3 \gamma \theta} \sqrt{(\tilde{\beta} P)^2 - 4\theta^2} (\xi - \xi_-)^2$$

$$T_{\text{eff}} = GT\omega \left( \frac{\omega_p^2}{\omega^2 I_c \cos \varphi_0} \right)^2$$

ширина области переключения  $\xi - \xi_- \sim \sqrt{T}$

Для бифуркации общего вида (вкл. JBA)



$$U(x) = \varepsilon x - ax^3$$

$$\Delta U \sim \varepsilon^{3/2}$$

controls

$$\Gamma \propto \exp(-\Delta U/T)$$

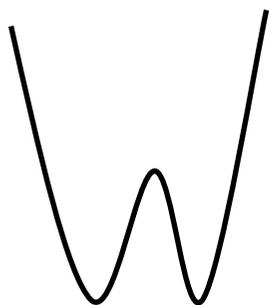
width of switching curve

$$\delta\varepsilon \propto T^{2/3}$$

Для параметрической бифуркации - доп. симметрия:  
вблизи нуля

$$U, V \rightarrow -U, -V$$

сдвиг на период накачки



$$U = \varepsilon x^2 - ax^4$$

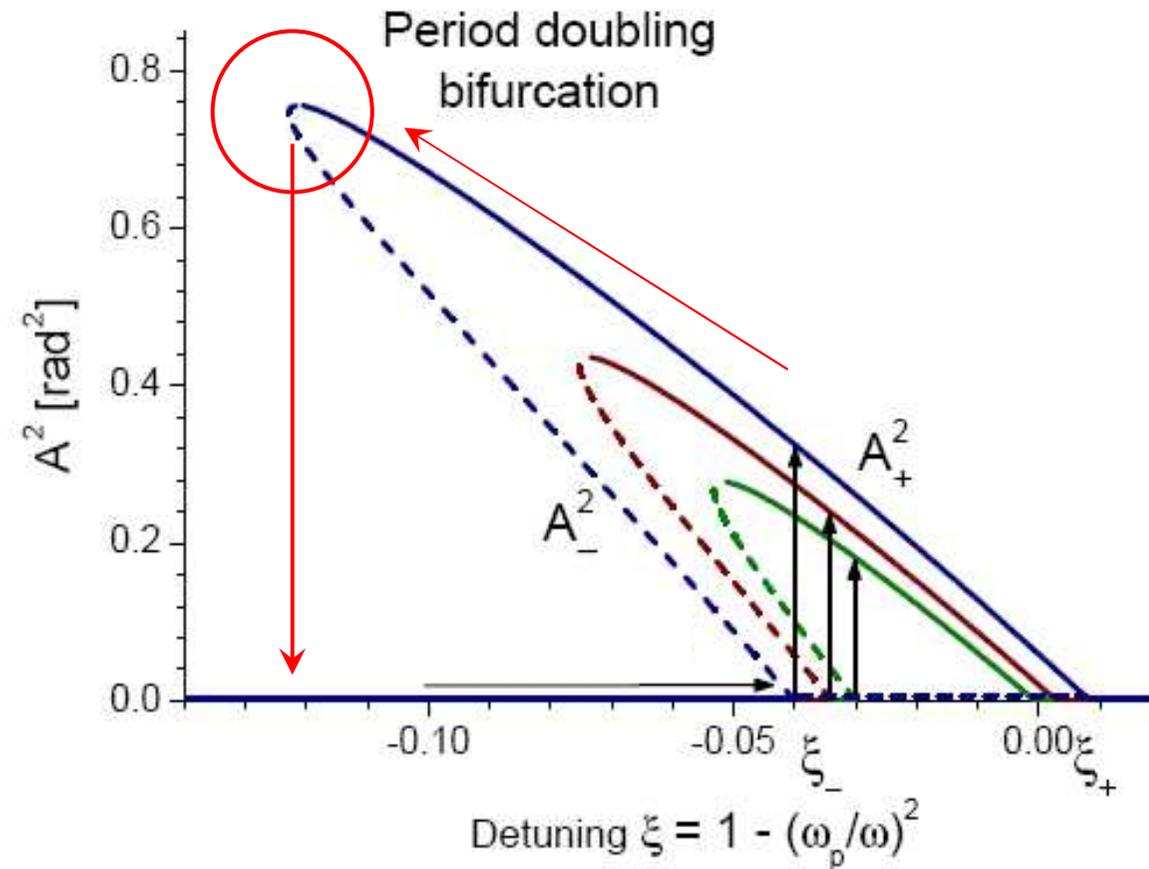
четный !

$$\Delta U \propto \varepsilon^2$$

=>

$$\delta\varepsilon \propto \sqrt{T}$$

## Другая точка бифуркации



нет четности => общий случай, сильнее эффект охлаждения

– квантовое туннелирование

# Ширина области переключения: PDBR vs. JBA

ширина по амплитуде накачки

JBA

$$\left| 1 - \frac{P}{P_{\uparrow}} \right| \sim \left( \frac{T}{E_J |\xi|} \right)^{2/3}$$

PDBR

$$\left| 1 - \frac{P}{P_-} \right| \sim \left( \frac{T}{E_J |\xi|} \frac{1}{\underline{Q^2 |\xi|^2 \cos \varphi_0}} \right)^{1/2}$$

# Conclusions

Period-doubling bifurcation readout:

- towards quantum-limited detection?
- low back-action
- rich stability diagram
- various regimes of operation
- tuning amplitude or frequency

results

- bifurcations, tunnel rates,
- switching curves,
- stationary states for various parameters,
- temperature and driving dependence  
of the response with double period

С днём



рождения!!!